Die Bewegungsgleichung der Kinematik angewendet

aus dem *'Fundamentum'*
19.1 Kinematik, Seite 81

$s(t)$: Ort zum Zeitpunkt t

s_0: Startort . Vorzeichen von s_0, v_0 und a entsprechend Referenzsystem (positive Richtung)

Gleichmässig beschleunigte Bewegung (konstante Beschleunigung)	$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ $v = v_0 + at$ $v^2 = v_0^2 + 2a\,(s - s_0)$	v Momentangeschwindigkeit v_0 Anfangsgeschwindigkeit, Wert von v zum Zeitpunkt $t = 0$ a Beschleunigung (vgl. 15: Quadratische Funktion)

$v(t)$ inkl. Beschleunigung

$a \cdot t = \Delta v$: Zunahme von v

Umformung (Schreibweise ohne die Zeit t, dafür muss s bekannt sein)

kqn

Beispielaufgabe: Wurf senkrecht nach oben, von einem Balkon aus

Sie sind auf Ihrem Balkon und versuchen, dem Nachbarn einen Schlüsselbund zuzuwerfen, damit er übers Wochenende Ihre Katzen hüten kommt. Der Nachbar lebt über Ihnen, sein Balkon liegt gerade über dem Ihrigen.

Ihr Balkon ist 16 m über Boden. Wie viel höher der obere Balkon liegt, wissen Sie nicht und werfen den Bund mit 12 m/s genau senkrecht hoch. Es ist windstill.

a) Ergänzen Sie untenstehende Skizze (inklusive Richtung von g) und stellen Sie die komplette Bewegungsgleichung auf, d.h. ordnen Sie die den Grössen s_0, v_0 und a Werte zu.
Wählen Sie den Ursprung Ihres Referenzsystems auf Bodenhöhe, und die positive Richtung vertikal nach oben.

b) Wie lange dauert es, bis der Schlüsselbund (ganz kurz) still steht? (Anders gefragt: wie lange steigt er?)

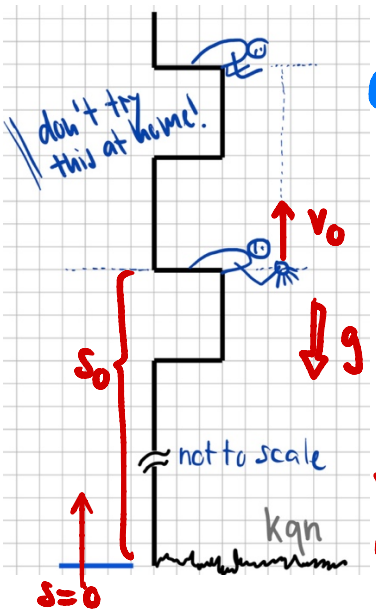
c) Wie weit oberhalb des Startpunktes liegt der Umkehrpunkt? Reicht die Anfangsgeschwindigkeit für die benötigte Höhe?

d) Der Versuch misslingt, der Nachbar kann den Schlüsselbund nicht fangen ☹. Zu welchem Zeitpunkt saust der Bund an Ihnen vorbei runter [sie können ihn auch nicht fangen] und welche Geschwindigkeit hat er dann. Tipp: Sie brauchen hier nicht viel Neues zu berechnen, aber seien Sie vorsichtig mit Vorzeichen.

e) An welcher Position (Höhe über Boden) befindet sich der Schlüsselbund nach 3 Sekunden?

f*) Zu welchem Zeitpunkt erreicht der Schlüsselbund den Rasen unter Ihnen? Wie gross ist seine Geschwindigkeit dann?

g*) Nehmen Sie an, der Nachbar hätte den Schlüsselbund doch gefangen. Zu welchem/n Zeitpunkt/en nach Abwurf wäre dies geschehen? (Rechnen Sie mit einer Höhendifferenz von 2.8 m.)



a)

v_0 (positiv)

g (negativ)

s_0

$s_0 = 16\ m$

$v_0 = +\ 12\ m/s$

$a = g = -10\ m/s^2$

b) $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$-10\ \frac{m}{s^2} = \frac{0 - 12\ \frac{m}{s}}{\Delta t}$

$\Delta t = \frac{+12\ \frac{m}{s}}{+10\ \frac{m}{s^2}} = 1.2\ s$

Der Bund steigt für 1.2 s.

c) Zwei Lösungswege

i) Per Definition $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta s = \bar{v} \cdot \Delta t$

mit $\bar{v} = \frac{1}{2} v_0$ (Durchschnitt zw. $12 \frac{m}{s}$ und $0 \frac{m}{s}$)

und $\Delta t = 1.2\,s \rightarrow \underline{\Delta s} = 6 \frac{m}{s} \cdot 1.2\,s = \underline{7.2\,m}$

ii) Per Formel (mit $t = \Delta t$) $\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$

$\rightarrow \underline{\Delta s} = 12 \frac{m}{s} \cdot 1.2\,s - \frac{1}{2} 10 \frac{m}{s^2} \cdot (1.2\,s)^2$

$= 14.4\,m - 5 \frac{m}{s^2} \cdot 1.44\,s^2 = \underline{7.2\,m}$

Der Bund steigt um 7.2 m.
Das ist mehr als eine Stockwerkhöhe ✓

d) Fallzeit = Steigzeit : Totalzeit = 2.4 s

Fallgeschwind. = − Startgeschw. = $-12 \frac{m}{s}$

e) $s(t=3\,s) = 16\,m + 12 \frac{m}{s} \cdot 3\,s - \frac{1}{2} 10 \frac{m}{s^2} \cdot (3\,s)^2$

$9\,s^2$

36 m

−45 m

$s = (16 + 36 - 45)\,m$

$= 7\,m$

Nach 3 s ist der Ball fast am Boden, schon 9 m unter mir.

Bonus: Entscheidungshilfe graphisch

